



Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance

Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

Logiciels :

...	...
...	...

Dossier technique :

	présent document
...	...

Dossier ressource :

	présent document
...	...

Dossier réponses :

	présent document
...	...

Document
Professeur

Nom :

Prénom :

Classe :

Homogénéité des formules, exemples numériques

• Rappel des principales dimensions fondamentales :

Masse : en kg

Longueur : en m

Temps : en s

• Energie cinétique en translation :

Formule : $E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ Dimensions : $[E_C] = (\text{kg}) \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \text{kgm}^2\text{s}^{-2} = \text{J}$

Q - Energie cinétique d'une voiture de masse $m = 1,245 \text{ T}$ se déplaçant en ligne droite à la vitesse $V = 50 \text{ km/h}$

$$v = V / 3,6 = 50 / 3,6 = 13,89 \text{ m/s} \quad E_C = 0,5 \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \times 1245 \times 13,89^2 = 120081 \text{ J}$$

• Energie cinétique en rotation :

Formule : $E_C = \frac{1}{2} \cdot I_{G,Z} \cdot \omega^2$ Dimensions : $[E_C] = (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \cdot \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^2 = \text{kgm}^2\text{s}^{-2} = \text{J}$

Q - Energie cinétique d'un rotor de moment d'inertie $I_{G,Z} = 0,183 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ en rotation en vitesse $N = 3000 \text{ tr/min}$

$$\omega = \pi \times N / 30 = \pi \times 3000 / 30 = 314 \text{ rad/s} \quad E_C = 0,5 \cdot I_{G,Z} \cdot \omega^2 = 0,5 \times 0,183 \times 314^2 = 9022 \text{ J}$$

• Energie potentielle de hauteur :

Formule : $E_P = m \cdot g \cdot h$ Dimensions : $[E_P] = (\text{kg}) \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (\text{m}) = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$

Q - Energie potentielle d'un parachutiste de masse $m = 85 \text{ kg}$ (équipement compris) situé à une altitude $h = 3400 \text{ m}$

$$E_P = m \cdot g \cdot h = 85 \times 10 \times 3400 = 2890000 \text{ J}$$

• Energie potentielle de déformation pour un ressort de compression :

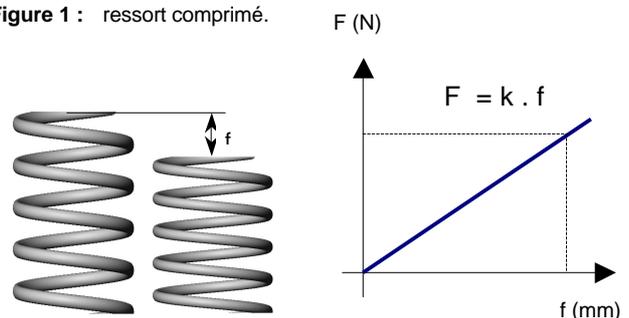
Rappel : la loi de comportement d'un ressort de traction/compression est linéaire (l'effort F à fournir est proportionnel à la variation de longueur x du ressort) : $F = k \cdot f$

k = raideur ressort (coef.directeur de droite) en N/mm

Dimension de k : $[k] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \text{kgs}^{-2}$

Dimension de E_P : $[E_P] = (\text{kgs}^{-2}) \cdot (\text{m}^2) = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$

Figure 1 : ressort comprimé.





Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en	S728 - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance
Notion(s) requise(s) en	S722 - modélisation : action mécanique

Q - Energie potentielle d'un ressort de compression de raideur $k = 30 \text{ N / mm}$ et soumis à une force $F = 200 \text{ N}$.

Calculons tout d'abord son allongement : $F = k \cdot f \Rightarrow f = F / k = 200 / 30 = 6,7 \text{ mm}$

Calculons maintenant l'énergie emmagasinée : $E_p = 0,5 \times 30000 \times 0,0067^2 = 0,67 \text{ J}$

Principe de conservation de l'énergie mécanique

Exemple 1 : parachutiste en chute libre

Q - Calculer la vitesse d'impact au sol du parachutiste si son parachute ne s'ouvre pas. Le parachutiste possède une masse $m = 85 \text{ kg}$ et il saute à une altitude $h = 3400 \text{ m}$.

Au départ du saut : Son énergie potentielle $E_p = m \cdot g \cdot h = 85 \times 9,81 \times 3400 = 2835090 \text{ J}$.

Son énergie cinétique $E_c = 0$, en projection sur la verticale, sa vitesse est nulle.

Ainsi l'énergie mécanique $E_m = \text{cte} = E_c + E_p = 2890000 + 0 = 2835090 \text{ J}$

En chute libre, son énergie potentielle se transforme en énergie cinétique (la hauteur diminue, la vitesse augmente).

A l'impact au sol : Son énergie potentielle $E_p = 0$, son altitude $h = 0$, donc son énergie potentielle aussi.

Selon le principe de conservation de l'énergie mécanique, on a toujours $E_c + E_p = 2890000 \text{ J} \Rightarrow E_c = 2835090 \text{ J}$

et comme $E_c = 0,5 m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2(2890000)}{85}} = 258 \text{ m / s} = 930 \text{ km / h}$

Cette vitesse n'est que théorique ; en effet, dans la réalité, les forces de frottement (la résistance de l'air) dissipent une partie de l'énergie et réduisent en conséquence la prise de vitesse pour plafonner à environ 200 km / h . D'où la question supplémentaire que voici :

Q - Partant du plafond constaté de 200 km / h , calculez l'énergie absorbée par la résistance de l'air.

Sans la résistance de l'air : la vitesse d'impact au sol est v théorique = 258 m / s

l'énergie cinétique vaut E_c théorique = 2890000 J

Avec la résistance de l'air : la vitesse au sol est v pratique = $200 / 3,6 = 55,56 \text{ m / s}$

L'énergie cinétique correspondante : E_c pratique = $0,5 \times 85 \times 55,56^2 = 131173 \text{ J}$

La différence des 2 énergies cinétiques théorique et pratique correspond à l'énergie dissipée par la résistance de l'air :

E résistance = E_c théorique – E_c pratique = $2890000 - 131173 = 2758827 \text{ J}$

Exemple 2 : ressort de traction/compression

Sur le ressort précédemment étudié, on dépose dessus une masse de $m = 300 \text{ g}$. Calculez la hauteur à laquelle la masse sera projetée si l'expérience est faite :

a) sur terre ($g = 9,81 \text{ m / s}^2$)

b) sur la lune ($g = 1,63 \text{ m / s}^2$)

Etudions le système {masse + ressort} :

Au départ, le ressort est comprimé et la masse, posée dessus, à une vitesse nulle.

Ainsi, l'énergie potentielle est celle qu'a accumulé le ressort : $E_p = 0,673 \text{ J}$ et l'énergie cinétique est nulle : $E_c = 0$.

L'énergie mécanique est donc : $E_c + E_p = 0 + 0,673 = 0,673 \text{ J}$ (et ce que l'on soit sur la Terre ou sur la Lune)

Le ressort est libéré et il a perdu toute son énergie potentielle ($E_p = 0$).

La masse a alors une énergie cinétique maximale.

Le principe de conservation donne donc : $E_c + E_p = 0,673 + 0 = 0,673 \text{ J}$ soit, $E_c = 0,673 \text{ J}$.

et comme $E_c = 0,5 m v^2$ alors $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2(0,673)}{0,3}} = 2,12 \text{ m / s} = 76,25 \text{ km / h}$



Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en	S728 - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance
Notion(s) requise(s) en	S722 - modélisation : action mécanique

Lors de la « détente », l'énergie potentielle de déformation du ressort s'est transformée en énergie cinétique de la masse. La vitesse calculée est donc celle de la masse au moment où elle « décolle » du ressort ; à partir de ce moment, elle va « monter dans les airs » et cette énergie cinétique va se transformer à son tour en énergie potentielle de hauteur... Au début de la phase de montée, on a une énergie potentielle de hauteur qui est nulle ($E_p = 0$) et une énergie cinétique maximale ($E_c = 67,3 \text{ J}$) ; L'énergie mécanique est donc : $E_c + E_p = 67,3 + 0 = 67,3 \text{ J}$. Lorsque la masse est à sa hauteur maximale, sa vitesse est nulle et donc son énergie cinétique aussi ($E_c = 0$) ; le principe de conservation, toujours vrai, donne : $E_c + E_p = 0 + 67,3 = 67,3 \text{ J}$ soit, $E_p = 67,3 \text{ J}$.

Et comme $E_p = m \cdot g \cdot h$, alors $h = E_p / (m \cdot g)$

Sur Terre : $h = 0,673 / (0,3 \times 9,81) = 0,229 \text{ m}$

Sur la Lune : $h = 67,3 / (0,3 \times 1,63) = 1,376 \text{ m}$

Travail d'une force constante (en direction et intensité)

Exemple 1 : vérin pneumatique

Prenons un vérin pneumatique alimenté par une pression $p = 8 \text{ bar}$.

Q - Calculez le travail fourni lors de la sortie et rentrée de la tige

Cas de la sortie de tige :

La pression p s'applique sur toute la surface du disque de $\varnothing D$:

$$p = F_1 / S_1 \text{ avec } S_1 = \pi D^2 / 4 \text{ soit :}$$

$$F_1 = p \cdot S_1 = p \cdot (\pi D^2 / 4) = 800000 \times (\pi \cdot 0,04^2 / 4) = 1005 \text{ N}$$

$$\Rightarrow W_1 = F_1 \times c = 1005 \times 0,2 = 201 \text{ J}$$

Cas de la rentrée de tige :

La pression p s'applique sur toute la surface du disque de $\varnothing D$ et $\varnothing d$:

$$p = F_2 / S_2 \text{ avec } S_2 = \pi (D^2 - d^2) / 4 \text{ soit :}$$

$$F_2 = p \cdot S_2 = p \cdot \pi (D^2 - d^2) / 4 = 800000 \times \pi (0,04^2 - 0,018^2) / 4 = 802 \text{ N}$$

$$\Rightarrow W_2 = F_2 \times c = 802 \times 0,2 = 160 \text{ J}$$

Note : dans les deux cas, le travail est moteur car la force est à chaque fois dans le sens du déplacement.

Exemple 2 : voiture tractée à la main

Une voiture de masse $m = 1245 \text{ T}$ est tractée par un homme situé en A ; il utilise pour cela une corde de 3 m de long et tire dans l'axe de la corde avec une force $F = 450 \text{ N}$.

Q - Calculez le travail de la force F sur le trajet $L = 200 \text{ m}$ pour les trois cas suivants : $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ et $\alpha_3 = 90^\circ$.

$$W_1 = F L \cos \alpha_1 = 450 \times 200 \times 1 = 90000 \text{ J}$$

$$W_2 = F L \cos \alpha_2 = 450 \times 200 \times 0,707 = 63640 \text{ J}$$

$$W_3 = F L \cos \alpha_3 = 450 \times 200 \times 0 = 0 \text{ J}$$

On constate que pour être efficace, il faut que la direction de la force soit parallèle à celle du trajet (comme on pouvait s'en douter)

Figure 2 : vérin paramétré.

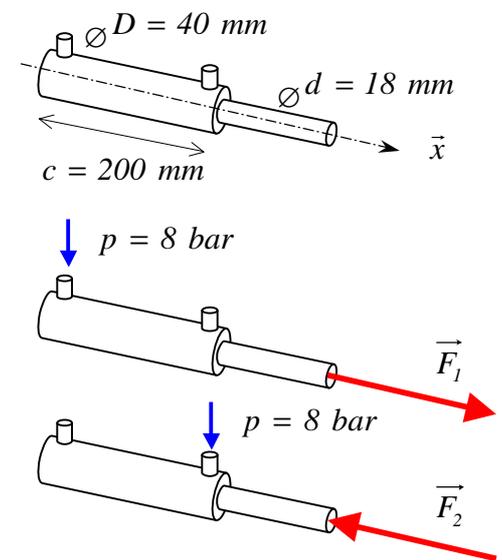
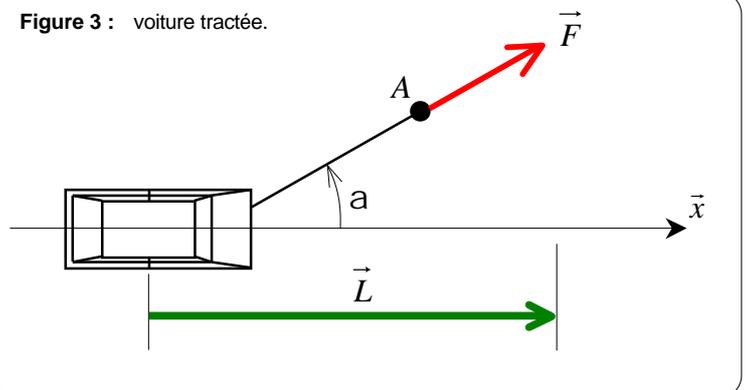


Figure 3 : voiture tractée.





Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance
 Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

Travail d'un couple

Considérons un couple moteur $C_m = 38,3 \text{ Nm}$ entraînant en rotation la broche du touret à meuler ci-contre. Le moment d'inertie de la partie tournante est $I_{GX} = 0,183 \text{ kg m}^2$ et la vitesse de rotation est $N = 3000 \text{ tr/min}$. Par ailleurs, un couple résistant $C_r = -1,44 \text{ Nm}$ est présent au niveau du guidage en rotation.

Q - Calculez le travail du couple moteur après 15 tours de broche.

$$W_{cm} = C_m \cdot \theta = 38,3 \times 15 / 2\pi = 3610 \text{ J}$$

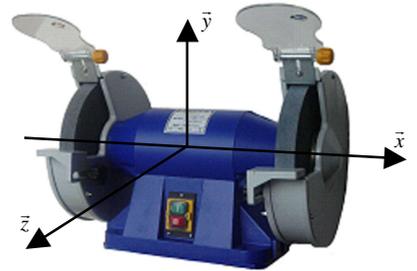
Le travail > 0 car le couple est de même sens que celui de la rotation.

Q - Calculez le travail du couple résistant après 15 tours de broche.

$$W_{cr} = C_r \cdot \theta = -1,44 \times 15 / 2\pi = -136 \text{ J}$$

Le travail < 0 car le couple est de sens opposé à celui de la rotation

Figure 4 : touret à meuler.



Théorème de l'énergie cinétique

Exemple 1 : déplacement d'une voiture.

La voiture ci-contre de masse $m = 1,245 \text{ T}$ est initialement à l'arrêt, sur un sol horizontal. Le frein à main est enlevé et aucune vitesse n'est enclenchée

2 groupes de personnes se forment et tout le monde pousse face à lui avec une force constante en direction et en intensité.

On distingue trois types de personnes :

- Petite taille, qui développe une poussée $F_{\text{petit}} = 350 \text{ N}$
- Moyenne taille, qui développe une poussée $F_{\text{moyen}} = 450 \text{ N}$
- Grande taille, qui développe une poussée $F_{\text{grand}} = 600 \text{ N}$

Q - Calculez la vitesse qu'aura la voiture après un déplacement $L = 50 \text{ m}$ et précisez le sens de ce déplacement.

Calculons déjà F_1 et F_2 :

$$F_1 \text{ résulte de 5 petites tailles poussant vers la droite donc : } F_1 = 5 \times F_{\text{moyen}} = 2250 \text{ N}$$

$$F_2 \text{ résulte de 3 tailles différentes poussant toutes vers la gauche donc : } F_2 = F_{\text{petit}} + F_{\text{moyen}} + F_{\text{grand}} = 1400 \text{ N}$$

Puisqu'on $F_1 > F_2$, la voiture se déplacera vers la droite, c'est-à-dire en $+\vec{x}$ (on le montre aisément en dynamique).

Par voie de conséquence, le déplacement sera : $\vec{L} = 50 \cdot \vec{x}$ (selon les \vec{x} positifs)

Calculons maintenant le travail de toutes les forces appliquées au système {voiture} sur le trajet L ; il y en a cinq :

$$W_{F_1} = F_1 \times L \cos 0^\circ = 2250 \times 50 \times 1 = 112500 \text{ J}$$

$W_{F_1} > 0$ car la force F_1 est dans le même sens que le déplacement.

$$W_{F_2} = F_2 \times L \cos 180^\circ = 1400 \times 50 \times (-1) = -70000 \text{ J}$$

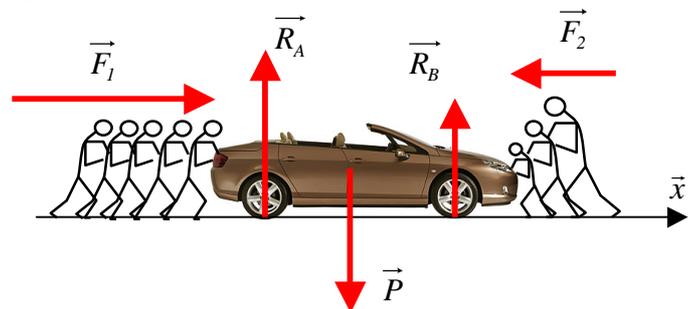
$W_{F_2} < 0$ car la force F_2 est dans le sens opposé au déplacement.

$W_{R_A} = W_{R_B} = W_P = 0$ car les 3 forces en questions sont perpendiculaires au déplacement ($\cos 90^\circ = 0$).

On peut alors calculer la somme des travaux des forces appliquées au système {voiture} :

$$W_{\text{total}} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{R_A} + W_{R_B} + W_P = 112500 - 70000 + 0 + 0 + 0 = 42500 \text{ J}$$

Figure 5 : voiture déplacée.





Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en	S728 - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance
Notion(s) requise(s) en	S722 - modélisation : action mécanique

Appliquons enfin le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \sum_1^n W_i \quad (\text{membre de gauche} = \text{énergie cinétique finale} - \text{énergie cinétique initiale})$$

$$E_{c_{50m}} - E_{c_{0m}} = 0,5 \cdot m \cdot V_{50m}^2 - 0,5 \cdot m \cdot V_{0m}^2 = 0,5 \cdot m \cdot V_{50m}^2 = 425000 \text{ J}$$

$$V_{50m} = \sqrt{\frac{2E_{c_{50m}}}{m}} = \sqrt{\frac{2(425000)}{1245}} = 8,3 \text{ m/s} = 29,8 \text{ km/h} \quad (\text{c'est la vitesse atteinte au bout de 50 mètres parcourus})$$

Notion de puissance

Exemple 1 : touret à meuler (voir figure 4)

Q - Calculez la puissance utile disponible au niveau du moteur avant les meules du touret.

Données : $C_m = 38,3 \text{ Nm}$; $N = 3000 \text{ tr/min}$; $C_r = -1,44 \text{ Nm}$.

$$P_u = C_m \cdot \omega = 38,3 \times (\pi \times 3000 / 30) = 12000 \text{ W}$$

Le moteur fournit un mouvement de rotation ; on parle dans ce cas de « puissance mécanique », tout comme on dira qu'il consomme de la « puissance électrique ». Dans tous les cas, la puissance s'exprime en W.

Q - Calculez la puissance dissipée par le guidage en rotation de la partie tournante du touret à meuler.

$$P_{\text{dissipé}} = |C_r \cdot \omega| = 1,44 \times (\pi \times 3000 / 30) = 452 \text{ W}$$

Exemple 2 : vérin pneumatique (voir figure 5)

Données : Alimentation $p = 8 \text{ bar}$; poussée $F_1 = 1005 \text{ N}$; durée de sortie $\Delta t = 1,8 \text{ s}$; course $c = 200 \text{ mm}$.

Q - Calculez la puissance utile qu'il développe lors la poussée.

La force F_1 et la course c sont de même sens.

$$\text{Calcul de la vitesse de déplacement de la tige (supposée constante)} : V = L / \Delta t = 0,2 / 1,8 = 0,111 \text{ m/s}$$

$$\text{Calcul de la puissance mécanique} : P_m = F_1 \times V \times \cos 0^\circ = 1005 \times 0,111 \times 1 = 112 \text{ W}$$

Rendement énergétique

Exemple 1 : vérin pneumatique (voir figure 5)

Données : $P_{\text{pneumatique}} = 150 \text{ W}$; $P_m = 112 \text{ W}$.

Q - Calculez le rendement du vérin pneumatique.

$$\text{Le rendement peut être estimé} : \eta = P_m / P_{\text{pneumatique}} = 112 / 150 = 0,75$$

Ainsi, 75 % de l'énergie injectée en entrée (sous forme pneumatique) se retrouvent disponibles en sortie (sous forme mécanique) ; quant aux 25 % manquants, ils ont été dissipés en chaleur (énergie thermique) par les frottements des pièces en mouvement relatif.



Exercices divers

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Sujet

Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance

Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

Exemple 2 : touret à meuler

Données : Voir schéma bloc en figure 6.

Q - Calculez le rendement du guidage en rotation de la broche.

Raisonnons sur le schéma-bloc ; ce graphique permet de bien voir les flux d'énergie (ou de puissance).

La puissance disponible au niveau des meules est $P_{re\grave{c}ue} = 12000 \text{ W}$.

Le guidage en rotation dissipe de l'énergie (frottement entre pièces mobiles les unes avec les autres) ; cette puissance perdue a été elle aussi évaluée : $P_{dissip\acute{e}} = 452 \text{ W}$.

Il reste à connaître la puissance reçue par l'arbre : $P_{disponible}$. Il sera alors possible de calculer le rendement du guidage...

Le principe de conservation de l'énergie, appliqué au bloc « guidage en rotation » nous permet d'écrire que la puissance fournie en entrée de bloc est égale à la somme des puissances restituées en sortie de bloc (sous une forme ou sous une autre).

$$\text{Ainsi : } P_{re\grave{c}ue} = P_{disponible} + P_{dissip\acute{e}} \Rightarrow P_{disponible} = P_{re\grave{c}ue} - P_{dissip\acute{e}} = 12000 - 452 = 11548 \text{ W}$$

$$\text{Donc : } \eta = P_{disponible} / P_{re\grave{c}ue} = 11548 / 12000 = 0,96$$

Autrement dit, 96 % de l'énergie injectée en entrée est effectivement disponible au niveau des meules. Les 4 % manquants ont été dissipés sous forme de chaleur (énergie thermique) par les frottements internes au guidage. Notons enfin que ce rendement est plutôt « bon ».

Figure 6 : schéma bloc du touret à meuler.

