



Funiculaire

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Correction

Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance

Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

PARTIE 1 : Recherche de la puissance électrique à fournir au moteur.

Q1 - Masse maximale en charge du système.

$$M = m_c + C \cdot m_p = 6000 + 60 \times 90 = 11400 \text{ kg}$$

Q2 - Energie potentielle acquise par le système.

$$E_P = M \cdot g \cdot H = 11400 \times 10 \times 36 = 4104000 \text{ J}$$

Q3 - Longueur du trajet parcouru :

$$\sin \varphi = \frac{H}{L} \Rightarrow L = \frac{H}{\sin \varphi} = \frac{36}{\sin 20^\circ} = 105,3 \text{ m}$$

Q4 - Durée t du trajet parcouru par le funiculaire.

$$\text{Conversion préalable : } v_{\max} = \frac{V_{\max}}{3,6} = \frac{15}{3,6} = 4,17 \text{ m/s}$$

$$\text{A vitesse constante, on a } V_{\max} = \frac{L}{t} \Rightarrow t = \frac{L}{V_{\max}} = \frac{105,3}{4,17} = 25,3 \text{ s}$$

Q5 - Puissance utile développée par le câble.

La puissance utile est celle qui sert à élever la cabine.
Or, nous connaissons l'énergie qu'il a fallu dépenser et nous connaissons également la durée. On peut donc écrire :

$$P_{\text{utile}} = \frac{E_c}{t} = \frac{4104000}{25,3} = 162213 \text{ W (162 kW)}$$

Q6 - Puissance perdue à cause des frottements dans le guidage.

$$P_{\text{Fr}} = F_R \cdot v_{\max} = 3600 \times 4,17 = 15012 \text{ W}$$

Q7 - Puissances mécaniques P_1 et P_2 en entrée et sortie de treuil.

P_2 = puissance en sortie de treuil et aussi celle en entrée de cabine.
Application du principe de conservation sur {cabine + personnes} :

$$P_2 = P_{\text{utile}} + P_{\text{Fr}} = 162213 + 15012 = 177225 \text{ W}$$

Quant à P_1 , on la trouve grâce au rendement du treuil qui est donné :

$$\eta_2 = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\eta_2} = \frac{177225}{0,86} = 206076 \text{ W}$$

Q8 - Puissance électrique P_{elec} fournie par le réseau électrique.

$$\eta_1 = \frac{P_1}{P_{\text{elec}}} \Rightarrow P_{\text{elec}} = \frac{P_1}{\eta_1} = \frac{206076}{0,90} = 228973 \text{ W}$$

Q9 - Rendement global η_{global} de toute l'installation.

$$\eta_{\text{global}} = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{elec}}} = \frac{162213}{228973} = 0,71$$

Document
Professeur

Figure 1 : figure trigonométrique pour Q3.

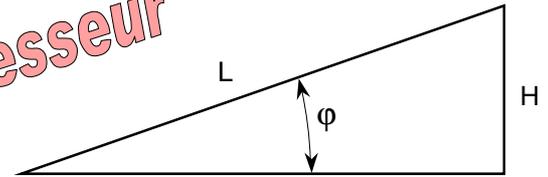


Figure 2 :

Extrait de schéma bloc pour Q5 et 6.

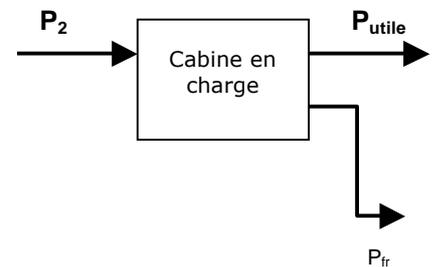


Figure 3 : Extrait de schéma bloc pour Q7.

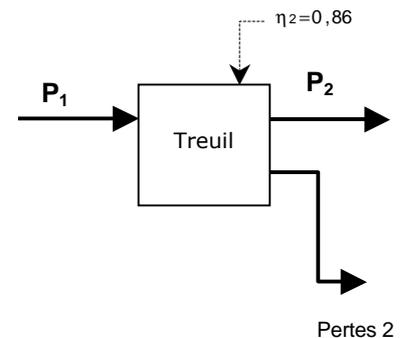
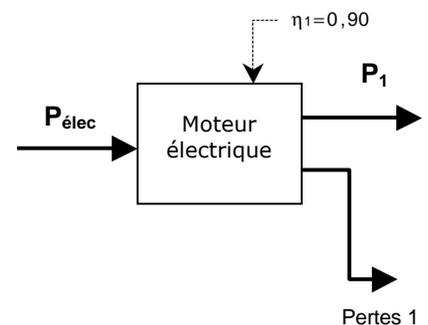


Figure 4 : Extrait de schéma bloc pour Q8.





Funiculaire

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Correction

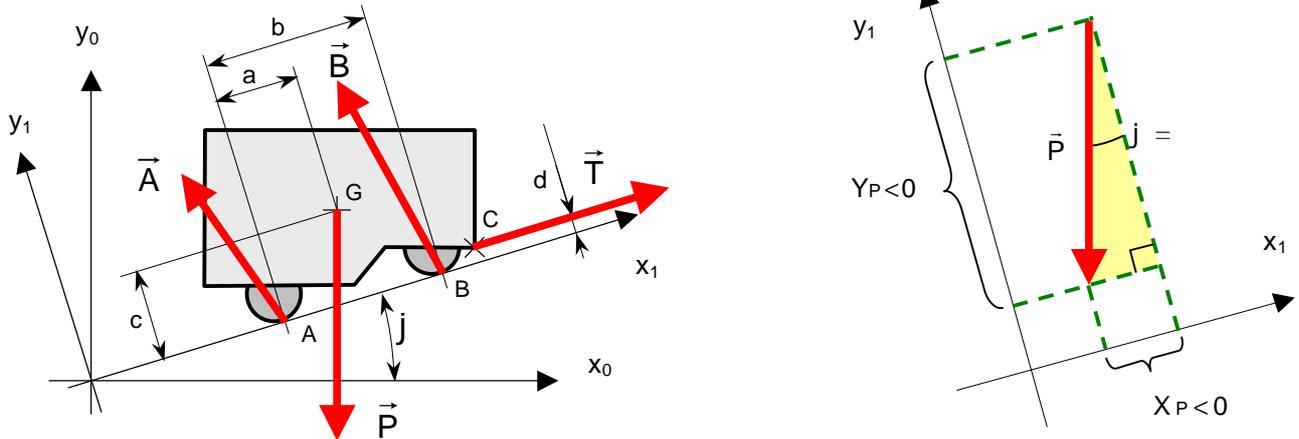
Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance

Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

PARTIE 2 : Dimensionnement du câble de traction.

Q10 - Figure de principe

Figure 5 : figure de principe et de projection du poids pour Q10 et 11.



\vec{A} et \vec{B} sont inclinées car on considère du frottement en A et en B.

L'inclinaison est telle que la composante sur \vec{x}_1 s'oppose au mouvement (toujours vrai pour une force de frottement)

Q11 - Expression vectorielle des forces dans le repère R_1 :

$$\vec{T} = X_T \cdot \vec{x}_1 \quad \vec{A} = X_A \cdot \vec{x}_1 + Y_A \cdot \vec{y}_1 \quad \vec{B} = X_B \cdot \vec{x}_1 + Y_B \cdot \vec{y}_1$$

Note : l'énoncé nous dit que $X_A + X_B = -3600 \text{ N}$

Pour \vec{P} , il faut la décomposer avec un sinus et un cosinus...

$$\vec{P} = -114000 \cdot \sin 20^\circ \cdot \vec{x}_1 - 114000 \cdot \cos 20^\circ \cdot \vec{y}_1 = -38990 \cdot \vec{x}_1 - 107125 \cdot \vec{y}_1$$

Q12 - Le funiculaire, dans sa montée, se déplace sur l'axe \vec{x}_1 , dans le sens positif.

Q13 - Tension dans le câble durant la phase d'accélération (à l'aide du théorème de l'énergie cinétique) :

- Vitesse de départ : $V_0 = 0$; vitesse atteinte à la fin de la phase d'accélération : $V_1 = V_{\max} = 4,17 \text{ m/s}$
- Masse déplacée : $M = 11400 \text{ kg}$

D'où la variation d'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_{c1} - E_{c0} = \frac{1}{2} M(V_1)^2 - \frac{1}{2} M(V_0)^2 = \frac{1}{2} (11400)(4,17)^2 - 0 = 99117 \text{ J}$$

Recherchons maintenant le travail des forces appliquées au système {cabine + personnes} :

Déplacement vectoriel $\vec{\Delta L}_1 = 24,8 \cdot \vec{x}_1 (\text{m})$ pour le calcul de tous les travaux...

Travail des forces \vec{A} et \vec{B} :

Ces 2 forces étant inclinées de part les frottements, on a donc un travail résistant à leur associer.

Par ailleurs, l'énoncé nous donne $X_A + X_B = -3600 \text{ N}$ donc :

$$W_{Fr} = W_A + W_B = -3600 \times 24,8 = -82280 \text{ J}$$

Note : Le signe « - » traduit le fait que le travail soit résistant ; c'est toujours vrai pour des forces de frottement.



Funiculaire

ETUDE DES CONSTRUCTIONS



Correction

Notion(s) abordée(s) en **S728** - Energétique : schéma bloc, rendement, conservation de l'W, théorème de l'Ec, énergie potentielle, puissance

Notion(s) requise(s) en **S722** - modélisation : action mécanique

Travail du poids \vec{P} :

$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{\Delta L}_1 = \begin{vmatrix} X_p & X_{\Delta L1} \\ Y_p & Y_{\Delta L1} \\ Z_p & Z_{\Delta L1} \end{vmatrix}$$

$$W_P = (-38990 \times 24,8) + (-107125 \times 0) + (0 \times 0)$$

$$W_P = -966952 \text{ J}$$

Note : Le signe « - » traduit le fait que le travail du poids soit ici résistant puisqu'on élève la charge (si on étudiait la descente de la charge, le travail du poids serait moteur...)

Travail de la force de traction \vec{T} :

$$W_T = X_T \times 24,8 \times \cos 0^\circ = 24,8 X_T$$

=> Somme des travaux des forces appliquées à {cabine + personnes} :

$$\sum W_i = W_{FR} + W_P + W_T = -82280 - 966952 + 24,8 X_T = -1049232 + 24,8 X_T$$

Application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \sum W_i \quad \Rightarrow 99117 = -1049232 + 24,8 X_T \quad \Rightarrow X_T = \frac{99117 + 1049232}{24,8} = 46304 \text{ N}$$

$$\text{Soit, } \vec{T} = 46304 \cdot \vec{x}_1 (\text{N}) \quad \text{et} \quad T = 46304 \text{ N}$$

Q14 - Diamètre minimum du câble pour qu'il résiste à une tension $T' = 5 \times T = 5 \times 46304 = 231522 \text{ N}$
A la limite de la résistance, on a $\sigma = R_e$ avec $\sigma = T' / S$ et $S = \pi d^2 / 4$

$$\text{Soit, } d = \sqrt{\frac{4 \cdot T'}{\rho \cdot R_e}} = \sqrt{\frac{4 \times 231522}{\rho \times 450}} = 25,6 \text{ mm}$$

Veillez noter l'usage des unités :

La limite élastique est laissée en MPa, la force en N, ce qui donne un diamètre directement en mm.

Figure 6 : principe pour produit scalaire.

