

Cas des mécanismes

Un mécanisme a pour but de générer un mouvement — [actionneurs](#) ([vérins](#), [moteurs](#)) —, de transmettre ou de transformer un mouvement ([bielle](#), [engrenage](#), ...). Un mécanisme est typiquement composé de plusieurs pièces. On considère ici que toutes les liaisons sont parfaites.

On peut donc définir

- la **mobilité utile** m_u : ce sont les mouvements possibles du mécanisme vis-à-vis de l'extérieur ; c'est le nombre de paramètres de position (coordonnées et angles de rotation) qu'il faut connaître pour définir la position des pièces d'entrée et de sortie du mécanisme (pièces en contact avec les solides extérieurs) ;
- la **mobilité interne** m_i : pour les pièces du mécanisme, ce sont les mobilités qui ne sont pas utiles au fonctionnement, mais qui ne sont pas gênantes ; c'est le nombre de paramètres de position (coordonnées et angles de rotation) qu'il faut connaître pour définir la position des pièces à l'intérieur du mécanisme.

On définit ainsi la **mobilité du mécanisme** :

$$m = m_u + m_i$$

Ces mobilités sont des nombres représentant le nombre de degrés de liberté. Ils sont obtenus en regardant les mouvements possibles ; il s'agit là d'une analyse qualitative.

Par ailleurs, chaque liaison entre pièces se caractérise par un [torseur d'action](#). Certaines composantes de ce torseur sont forcées à zéro, les autres sont les inconnues statiques. On appelle N_s le nombre total d'inconnues statiques du mécanisme ; il est égale au nombre de degrés de liaisons de la liaisons, et c'est le complément à 6 du nombre de degrés de liberté. Si p est le nombre de pièces du mécanisme, bâti compris, on définit alors le **degré d'hyperstatisme** h par :

$$h = N_s + m - 6x(p - 1) = N_s + m_u + m_i - 6x(p - 1).$$

Si l'on a :

- hypostatique: le mécanisme a trop de mobilités ($m > 0$);
- $h = 0$: le mécanisme est isostatique, on peut tout calculer par la statique ;
- $h > 0$: le mécanisme est hyperstatique, la statique ne suffit pas à calculer les inconnues statiques, c'est-à-dire les efforts auxquels seront soumises les pièces.

Dans le cas d'un système hyperstatique, les équations de la [résistance des matériaux](#), et en particulier de la déformée des pièces, peut fournir des équations supplémentaires permettant de calculer les inconnues statiques. Sinon, il faut utiliser des spécifications géométriques très précises — et donc avec un surcoût — pour s'assurer que les inconnues hyperstatiques sont nulles.

Exemple du système manivelle-bielle-piston

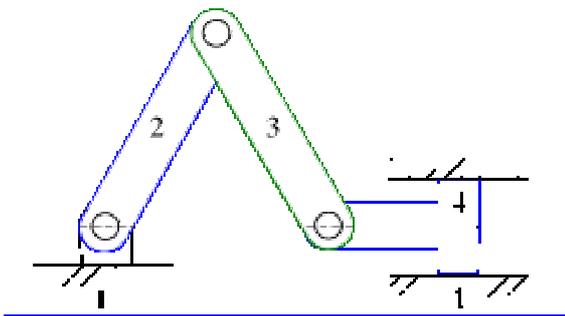


Schéma d'un système manivelle (2)-bielle (3)-piston (4)

Considérons le système [manivelle-bielle-piston](#). Ce système n'a qu'une mobilité utile : il suffit de connaître la position de la manivelle pour connaître la position du piston. On a donc

$$m_u = 1.$$

Ce mécanisme comporte quatre pièces (en comptant le bâti), donc

$$p = 4.$$

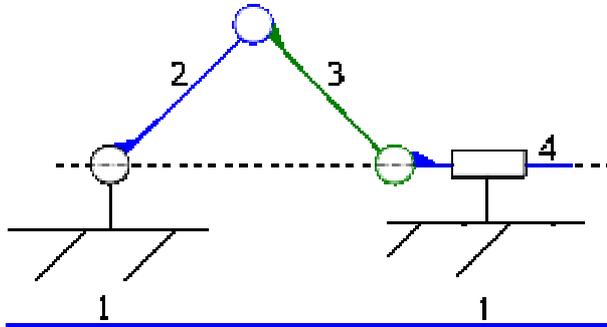


Schéma cinématique d'une solution hyperstatique

Les pièces doivent pouvoir pivoter entre elles dans le plan du mécanisme ; supposons que toutes les articulations internes soient des pivots. On a donc quatre liaisons cinématiques :

- trois pivots ($n_s = 5$), entre le bâti et la manivelle, la manivelle et la bielle et entre la bielle et le piston ;
- un pivot glissant ($n_s = 4$), entre le piston et le bâti,

soit

$$N_s = 3 \times 5 + 4 = 19.$$

Par ailleurs, il n'y a pas de mobilité interne (les pivots sont fonctionnels donc pas « inutiles »), soit

$$m_i = 0 \text{ donc } m = 1.$$

Le degré d'hyperstatisme vaut donc

$$h = 19 + 1 - 6 \times (4 - 1) = 2.$$

Le système est hyperstatique de degré 2. En effet, les deux pivots aux extrémités de la bielle lui imposent tous les deux :

- sa position : l'axe de rotation de la manivelle peut être décalé par rapport à l'axe propre du piston ;
- son orientation autour de son axe : les axes aux extrémités de la bielle peuvent ne pas être coplanaires ;

il faudrait donc un parallélisme et un alignement parfaits des axes des pivots pour que l'inconnue hyperstatique soit nulle. Un mécanisme de ce type engendrerait des contraintes dans les pièces (risque de rupture), un frottement important (perte de rendement) et une usure prématurée des pièces.

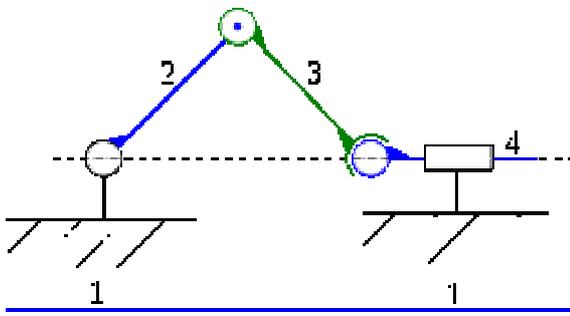


Schéma cinématique d'une solution isostatique

Une solution consiste par exemple à libérer la translation à une des extrémités de la bielle avec un pivot glissant et la rotation à l'autre avec une rotule — une faible amplitude de mouvement suffit. Les quatre liaisons cinématiques sont alors :

- un pivot ($n_s = 5$), entre le bâti et la manivelle ;
- une rotule ($n_s = 3$) entre la bielle et le piston ;
- deux pivots glissants ($n_s = 4$), entre la manivelle et la bielle et entre le piston et le bâti,

soit

$$N_s = 5 + 3 + 2 \times 4 = 16,$$

et une mobilité inutile (la rotation du piston autour de son axe) :

$$m_i = 1 \text{ donc } m = 2.$$

Le degré d'hyperstatisme vaut donc

$$h = 16 + 2 - 6 \times (4 - 1) = 0.$$

On a bien un système isostatique.