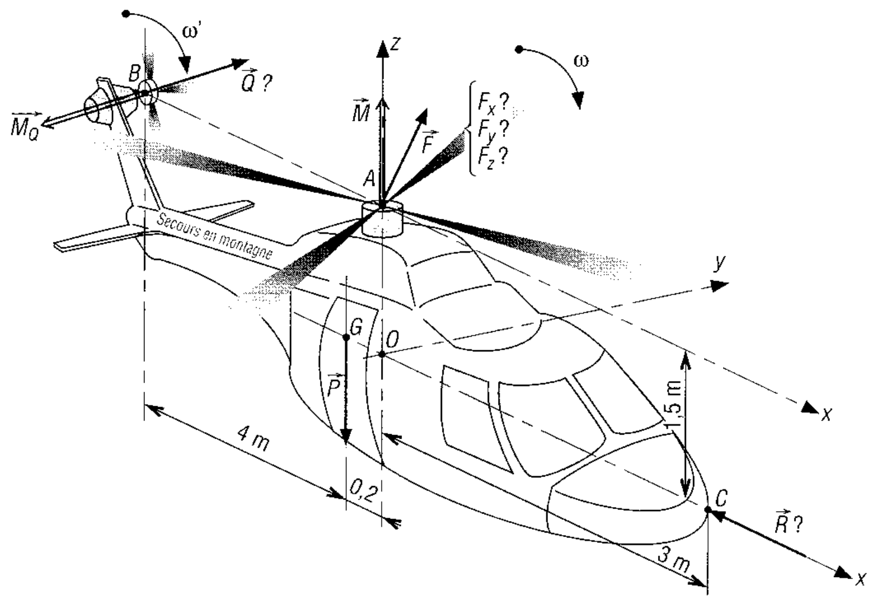
STATIQUE ANALYTIQUE

1 – MISE EN SITUATION

L'hélicoptère proposé évolue horizontalement à vitesse constante suivant l'axe (*O,* x) ; l'axe (*O,* z) est vertical. La résultante $\vec{F}$ et le moment résultant $\vec{M}$ modélisent les actions exercées par l'air sur les pales du rotor principal. La résultante $\vec{F}_Q$ et le moment résultant $\vec{M}_Q$ modélisent les actions exercées sur le rotor anti-couple, $\vec{R}$ représente la résistance de l'air sur l'ensemble de l'appareil et $\vec{P}$ le poids total de l'hélicoptère.



Données :

$\|\vec{P}\| = 30000$ N

$\|\vec{M}\| = 400$ Nm

$\|\vec{M}_Q\| = 30$ Nm

2 – ANALYSE STATIQUE (*méthode analytique*)

Objectif de votre étude

Déterminer la norme des résultantes $\vec{R}$ (résistance de l'air), $\vec{Q}$ (action du rotor anti couple) et $\vec{F}$ (action de l'air sur le rotor).

2.1 - ***Effectuer*** le bilan des actions mécaniques agissant sur l'hélicoptère ?

2.2 - ***Appliquer*** le Principe Fondamental de la Statique à l'hélicoptère ?

2.3 - ***Ecrire*** le théorème de la résultante appliqué à l'équilibre d l'hélicoptère ?

2.4 - ***Ecrire*** le théorème du moment résultant appliqué à l'équilibre d l'hélicoptère ?

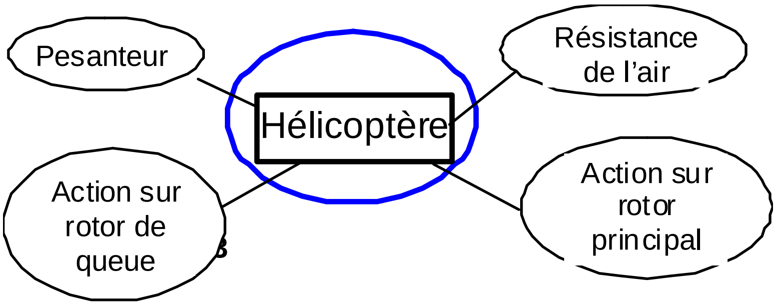
2.5 - ***Ecrire*** les équations issues des théorèmes de la résultante et du moment résultant ?

2.6 - ***Résoudre*** les équations et ***déterminer*** les résultantes (*forces*) $\vec{R}$, $\vec{Q}$ et $\vec{F}$?

CORRIGÉ STATIQUE ANALYTIQUE HÉLICOPTÈRE

2.1 – Bilan des actions mécaniques

Isolons l'ensemble de l'hélicoptère : celui-ci est soumis à l'action de 4 actions mécaniques extérieures.



$$\{T_{pesanteur \rightarrow hélico}\} = \{T_1\} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ P_Z & 0 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)} = {}_G\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -30000 & 0 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)}$$

$$\{T_{air \rightarrow hélico}\} = \{T_2\} = {}_C\begin{Bmatrix} R_X & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)}$$

$$\{T_{air \rightarrow rotor\ principal}\} = \{T_3\} = {}_A\begin{Bmatrix} F_X & 0 \\ F_Y & 0 \\ F_Z & M_Z \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)} = {}_A\begin{Bmatrix} F_X & 0 \\ F_Y & 0 \\ F_Z & 400 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)}$$

$$\{T_{air \rightarrow rotor\ anti-couple}\} = \{T_4\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Q_Y & M_{QY} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Q_Y & -30 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(0,x,y,z)}$$

2.2 – Application du Principe Fondamental de la Statique

On écrit le Principe Fondamental de la Statique appliqué à l'hélicoptère.

$$\{T_{pesanteur \rightarrow hélico}\} + \{T_{air \rightarrow hélico}\} + \{T_{air \rightarrow rotor\ principal}\} + \{T_{air \rightarrow rotor\ anti-couple}\} = 0$$

nota : pour que cette somme de torseurs soit mathématiquement correcte, il faut que chaque torseur soit définit au même point. On choisira le point A car celui-ci est le point de définition du torseur qui possède le plus d'inconnues : $\{T_{air \rightarrow rotor\ principal}\}$.

Ecriture vectorielle de la somme des torseurs au point A

$${}_A\begin{Bmatrix} \vec{P} \\ \vec{0} + \vec{AG} \wedge \vec{P} \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{0} + \vec{AC} \wedge \vec{R} \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{F} \\ \vec{M} \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{Q} \\ \vec{M_Q} + \vec{AB} \wedge \vec{Q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Ecriture des 3 produits vectoriels issus du transport des torseurs au point A :

$$\overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{P} \qquad\qquad \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{R} \qquad\qquad \overrightarrow{M_Q} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{Q}$$

$$\left|\begin{array}{c} -0,2 \\ 0 \\ -1,5 \end{array}\right. \wedge \left|\begin{array}{c} 0 \\ \\ -30000 \end{array}\right. = \left|\begin{array}{c} 0 \\ -6000 \\ 0 \end{array}\right. \qquad \left|\begin{array}{c} 3 \\ 0 \\ -1,5 \end{array}\right. \wedge \left|\begin{array}{c} R_X \\ 0 \\ 0 \end{array}\right. = \left|\begin{array}{c} 0 \\ -1,5R_X \\ 0 \end{array}\right. \qquad \left|\begin{array}{c} 0 \\ -30 \\ 0 \end{array}\right. + \left|\begin{array}{c} -4,2 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right. \wedge \left|\begin{array}{c} 0 \\ Q_Y \\ 0 \end{array}\right. = \left|\begin{array}{c} 0 \\ -30 \\ -4,2\,Q_Y \end{array}\right.$$

Ecriture de la somme algébrique des 4 torseurs écrits au point A :

$${}_A\left|\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & -6000 \\ -30000 & 0 \end{array}\right| + {}_A\left|\begin{array}{cc} R_X & 0 \\ 0 & -1,5R_X \\ 0 & 0 \end{array}\right| + {}_A\left|\begin{array}{cc} F_X & 0 \\ F_Y & 0 \\ F_Z & 400 \end{array}\right| + {}_A\left|\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Q_Y & -30 \\ 0 & -4,2Q_Y \end{array}\right| = \left|\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right|$$

2.3 – Ecriture des équations issues du PFS

les six équations algébriques issues du PFS sont :

(1) : $R_X + F_X = 0$

(2) : $F_Y + Q_Y = 0$

(3) : $-30000 + F_Z = 0$

(4) : $0 = 0$

(5) : $-6000 - 1,5\, R_X - 30 = 0$

(6) : $400 – 4,2\, Q_Y = 0$

2.4 – Détermination des inconnues

(5): $R_X = \dfrac{-6030}{1,5} = -4020$

(1): $F_X = -R_X = 4020$

(3) : $F_Z = 30000$

(6): $Q_Y = \dfrac{400}{4,2} = 95$

(2) : $F_Y = -\ Q_Y = 30000 = -95$

$\left\| \overrightarrow{R} \right\| = 4020\,N$

$\left\| \overrightarrow{Q} \right\| = 95\,N$

$\left\| \overrightarrow{F} \right\| = \sqrt[2]{\left(F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2\right)} = \sqrt[2]{\left(4020^2 + 95^2 + 30000^2\right)} =$ 30268 N